

Path Size Dial Logit モデルの提案とその適用可能性

“Path Size Dial Logit Model” and its applicability

兵 藤 哲 朗*
遠 藤 弘 太 郎**
菽 野 保 克***
西 隆 太****

本論文ではネットワークの経路選択モデルに着目し、従来より指摘されている「経路重複の問題」と「選択肢集合の形成」について、両者をかみ合わせた改善方法を提案する。基本となる考えは、著者らが開発してきた「重複率最大化モデル」である。同モデルの改善モデルとして、Dial アルゴリズムを組み込んだモデルが提案されているが、そのアルゴリズムにおいて、Path Size Logit モデルの効用補正項を織り込む手法を開発した。これにより、従来用いられている Dial アルゴリズムの若干の改良で、Path Size Logit モデルとほぼ等価の経路選択モデルを導く手法の存在を示した。

具体的なデータを用いた検討も行い、1)第4回東京都市圏物資流動調査における大型貨物車の経路選択データ、そして、2)東京都市圏の貨物車流動(OD)データを用いた観測リンク交通量への適合性 などからモデルの適合性を確認した。

また、経路選択分析に限らず、本モデルの配分モデルへの適用性についても言及し得た。

キーワード Dial アルゴリズム 経路選択モデル Path Size Logit モデル

1. はじめに

ネットワーク上の経路選択モデルには、「経路重複」と「選択肢集合の形成」なる克服すべき課題がある。後者の方法を決定すれば、前者について種々の方法が提案されており、モデルの改善は困難ではない。しかし道路ネットワークの配分計算など、少数の選択肢では選択肢集合を設定しにくい場合は、Dial アルゴリズムなど選択肢集合を列挙しない方法に依存せざるを得ない。この場合は、経路重複問題は置き去りにされてしまう。本稿では、これら経路重複と選択肢集合形成、そして配分モデルで多く用いられる Dial アルゴリズムに着目し、お互いの欠点を補い得る経路選択モデルを

提案する。また、実際の経路選択データや、観測リンク交通量を用いた適用性の検討を行う。

2. 交通ネットワークにおける経路重複について

離散選択モデルを交通ネットワークに適用する場合、選択肢集合間で経路が重複し、いわゆる IIA 特性が満たされないケースが多く生じる。故に MNL モデルの基本前提が満たされないため、これを克服すべく、多くのモデルが提案されてきた(羽藤(2002), 兵藤ら(2001))。本稿で関係するいくつかの式を以下に列挙する。

まず簡便な方法としては C-Logit モデルがある。

* 正会員 工博 東京海洋大学流通情報工学科 教授 (〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6)

** 法人会員 工修 (株)ライテック 社会・公共ソリューション部次長 (〒102-0074 東京都千代田区九段南 4-7-2)

*** 法人会員 工修 (財)計量計画研究所 研究部 経済社会研究室長 (〒162-0845 東京都新宿区市谷本村町 2-9)

**** 法人会員 工修 (株)ライテック 社会・公共ソリューション部 第二課

これは効用の補正項として次の Commonality Factor を用いる手法である。

$$CF_i = -\beta_C \ln \left(\sum_{j \in C} \left(\frac{L_{ij}}{\sqrt{L_i L_j}} \right)^\gamma \right) \quad (1)$$

ここで C は選択肢集合、 L_i, L_j は経路 ij の経路長で、 L_{ij} はそのうちの ij 間の重複経路長である。 γ は未知パラメータであるが、過去の事例から、2 程度の値が設定されるケースが多い。パラメータ β_C は効用の共通変数パラメータとして推定される。故に、モデルの効用項は、 $V_i^* = V_i + CF_i$ として推定されることになる。

次に同様に効用補正項を定義する方法として、Path Size Logit モデルを取り上げる。このモデルの補正項は、C-Logit モデルと同様、効用項に重複に関わる補正項を導入する。C-Logit の Commonality Factor が極めて ad-hoc な式であるのに対し、Path-Size-Logit の補正項は、「選択肢集計の補正」という、既存の非集計モデルで提案された定義に基づいている。簡単に記せば、特定のリンクが複数の経路を有する（経路が重複している）場合、経路という選択肢が、そのリンクで「集計」されていると考える。選択肢の集計を考慮した効用関数の推定方法は、一般には目的地選択モデルにおける規模変数の導入（ $V_i^* = V_i + \ln[M_i]$ ：ここで M_i は選択肢 i の規模を表す変数）として知られるが、この選択肢効用をリンク効用（ V_a ）に、規模変数をリンク a を通過する経路数に置き換えた方法と見なせる。具体的な補正項の式は、

$$PS_i = \sum_{a \in \Gamma_i} \left(\frac{l_a}{L_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C} \delta_{aj}} \quad (2)$$

である。ここで、 Γ_i は経路 i のリンク集合、 δ_{aj} は経路 j へのリンク a の包含ダミー変数である。

C-Logit と同様、推定効用関数は、 $V_i^* = V_i + \beta_{PS} \cdot \ln[PS_i]$ となり、共通変数としてパラメータ β_{PS} を推定することになる。

さて、以上の選択肢間の重複を明示的に扱う方

法と対照的に、選択肢集合を扱わず、最短経路に準じた単一経路のみに着目し、実際の選択経路を説明する方法として、重複率最大化モデルがある（鈴木ら(1998)、Hyodo *et al.*(2000)、笹井ら(2004)、兵藤ら(2007)）。この手法を簡単に記す。

リンクの属性により認識される経路長が異なるという仮説に基づき、 a 番目のリンクの認識距離を以下の式で表現する。

$$l_a^*(\beta) = l_a \cdot \prod_k \beta_k^{Z_{ak}} \quad (3)$$

ここで、 $l_a^*(\beta)$ は a 番目リンクの認識距離、 l_a は実リンク長、 Z_{ak} は a 番目リンクにおける k 番目属性変数（車線数、渋滞状況等ダミー変数）、 β_k は未知パラメータである。この認識距離と、実経路との重複率を最大化すべく、以下の目的関数の最大化により、パラメータ推定を行う。

$$D(\beta) = \frac{\sum_n \sum_a \delta_{na} \cdot \delta_{na}^*(\beta) l_a}{\sum_n X_n} \quad (4)$$

ここで X_n は n サンプルの利用経路長、 δ_{na} 、 $\delta_{na}^*(\beta)$ は各々、利用経路がリンク a を通過したとき、および認識距離最短経路がリンク a を通過したときに 1 となるダミー変数である。このモデルの推定事例として、本稿の後半で用いる、第 4 回東京都圏物流調査における大型貨物車経路選択への適用事例を以下に掲げる（兵藤ら(2007)より）。本データは、貨物車運転者に対する実経路のアンケート結果であり、有効サンプル数は 598 である。

表-1 重複率最大化モデルの推定例

変数名	パラメータ値	重複率
時間価値 [円/分]	74	0.63734
重さ指定ダミー	0.550	

ここではリンク長の代わりに一般化費用を用い、未知パラメータの一つとして時間価値 (ω) が加わっているため、認識距離関数(3)の代わりに以下の式が用いられている。

$$GC_a^*(\omega, \beta) = (\text{Cost}_a + \omega \cdot \text{Time}_a) \cdot \prod_k \beta_k^{z_{ak}} \quad (5)$$

重複率最大化モデルの原型は、選択肢集合を扱わない手法であったが、選択肢集合の形成ルールとして Dial のアルゴリズムを組み込めば、同様の式を、(Dial アルゴリズムの) 選択肢集合を扱い得るモデルに拡張することができる (笹井ら(2004)による、「Dial アルゴリズムを組み込んだ重複率最大化モデル」)。これは、通常の実験率最大化モデルが最短経路という唯一の経路のみを扱うのに対し、Dial アルゴリズムで規定される (限定された) 経路を対象と可能になるように、パラメータ推定式を定義したモデルである。簡単にその概略を紹介する。まず、Dial アルゴリズムで得られる選択肢間のリンク別選択確率を $q_{na}(\omega, \beta, \theta)$ とする。この選択確率は、Dial アルゴリズムのスケールパラメータ θ を設定すれば、確率的均衡配分モデルで使用されている Dial アルゴリズムプログラムを援用し、推計可能である。重複率最大化モデルでは、認識最短経路の特定リンク通過の有無を表すダミー変数を導入していたが、ここではその代わりに、導入された選択確率を用いて、パラメータ推定式を次のように置き換える。

$$D(\omega, \beta, \theta) = \frac{\sum_n \sum_a \delta_{na} \cdot q_{na}(\omega, \beta, \theta) \cdot l_a}{\sum_n X_n} \quad (6)$$

この目的関数の最大化によりパラメータ推定を行うのが、「Dial アルゴリズムを組み込んだ重複率最大化モデル」(以下、「Dial 組み込みモデル」)であった。笹井ら(2004)においては、3都市の自転車利用経路調査結果から、本モデルと重複率最大化モデルとの比較を行い、殆どのケースで、推定パラメータの一つであるスケールパラメータ θ は、無限大になると報告されている。Dial アルゴリズムの性質から、スケールパラメータ θ が無限大の場合、推計される経路は一本の最短経路に集約されることが知られている。これはすなわち、「Dial 組み込みモデル」は重複率最大化モデルを一ケース (ス

ケールパラメータが無限大のケース) とする、より一般的なモデルであるが、得られたデータに関しては、最適モデルとしては重複率最大化モデルであったことを表していた。

さて、以上で概観してきたモデルの特性を勘案すると、大きく二つの問題が浮かび上がる。それは「経路重複の補正」と「選択肢集合の形成」という課題である。例えば、C-Logit モデルや Path Size Logit モデルなど、選択肢を明示的に扱うモデルでは、補正項という形で選択肢重複問題を緩和できるが、選択肢集合の設定方法に代表的な手順が欠けているため、選択肢数が莫大な道路ネットワーク問題などには唯一の方法を提示し得ない (兵藤ら(2001))。また、選択肢集合形成を考慮しなくて済む重複率最大化モデルやその一般型の一つである「Dial 組み込みモデル」では、経路重複を考慮することができない。この問題意識を前提に、二つの問題を同時に克服する一方法を次章で考察する。

3. Path Size Dial Logit Model の提案

3.1 式の導出

「Dial 組み込みモデル」の説明で言及したとおり、Dial のアルゴリズムにおいて、スケールパラメータ θ が無限大の場合は、扱われる経路は唯一の最短経路に収束する。さて、逆に $\theta \rightarrow 0$ の場合は、アルゴリズム中の、有効リンクのリンク尤度が全て 1 になり、「全ての有効経路が最短経路」となる。見かけ上、全ての有効経路の経路長が同じ (最短経路) になるため、これは換言すれば、有効リンクの経路選択確率が「選択肢数に比例する」ことを表す。まずは、標準的テキスト (土木学会(1998)) で紹介される Dial アルゴリズムについて引用する。

Dial のアルゴリズム :

Step 0: (準備)

- (a) 起点 r から他の全てのノードへの最小交通費用 $c(i)$ を計算 :

$$c(i) \leftarrow C \min[r \rightarrow i] \quad (7)$$

(b)全リンクでリンク尤度 $L[i \rightarrow j]$ を計算：

$$L[i \rightarrow j] = \begin{cases} \exp[\theta\{c(j) - c(i) - t_{ij}\}] & c(i) < c(j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

Step 1: (前進処理)

起点 r から $c(i)$ の値の昇順 (r から近い順) にノードを考える. 各ノード i から流出するリンクのリンク・ウェイト $W[i \rightarrow j]$ を次式により計算：

$$W[i \rightarrow j] = \begin{cases} L[i \rightarrow j] & \text{for } i = r \\ L[i \rightarrow j] \sum_{m \in I_i} W[m \rightarrow i] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

なお, I_i はノード i に流入するリンク始点集合である.

Step 2: (後退処理)

$c(j)$ の値の降順 (r から遠い順) にノードを考える. ノード i からノード j に流入するリンクの交通量 x_{ij} を次式で計算.

$$x_{ij} = \left(Q_{rj} + \sum_{m \in O_j} x_{jm} \right) \frac{W[i \rightarrow j]}{\sum_{m \in I_j} W[m \rightarrow j]} \quad (10)$$

なお, Q_{rj} は rj 間の OD 交通量, O_j はノード j に流出するリンク終点集合.

このアルゴリズムのリンク尤度 $L[i \rightarrow j]$ が 1 となる場合, i から j にいたるリンクを最短経路が通過することになる. 前述した, $\theta \rightarrow 0$ においては, Dial アルゴリズムで限定された経路 (式(8)で $c(i) < c(j)$ を満たすリンクを連ねる経路) ですべてのリンク尤度が 1 になるため, それら経路が等しく最短経路となる. そのため, (9)式の前進処理は, 起点から有効リンクを通過する選択枝数を順次計算するプロセスとなる. 結果として, (10)式の後退処理で, 経路選択枝数の逆数に, 当該リンクを通過する経路数を乗じた確率が推計されていることになる. また, 同時に, 前進処理において着ノードのリンク・ウェイト値は ij 間の経路選択枝の総数に等しくなる.

表-1でも紹介した, 大型貨物車の経路選択データ (598 サンプル) について, 今, どの程度 Dial

アルゴリズムで特定化される経路選択枝数が存在するかを, $\theta \rightarrow 0$ において算出することを試みる. 経路選択枝の総数は, 前述の前進処理におけるリンク・ウェイト値である. 結果として, 図-1を得た. 横軸にサンプル走行経路が通過したリンク総数を, 縦軸に選択枝数の常用対数をとっている. リンク数が多くなる, すなわち OD 間距離が長いほど, 選択枝数が指数関数的に多くなることが分かる.

ちなみに, $n \times n$ の基盤目上の道路ネットワークを考え, その対角線ノード間の選択枝数 (K) を算出することを考える. $n=1$ では $K=2$, $n=2$ では $K=6$ であり, その選択枝数の一般式は

$${}_{2n}C_n = \frac{2n!}{n! \times n!} \quad (11)$$

となる. 例えば $n=10$ で $K=184,756$ であり, n の増加に伴い選択枝数が爆発的に増大することが分かる.

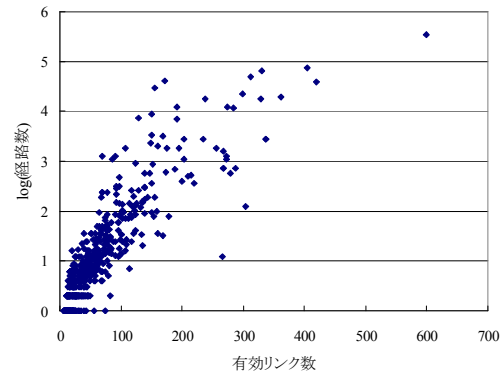


図-1 Dial アルゴリズムにおける選択枝数

ここまで, Dial アルゴリズムのスケールパラメータを操作することにより, 各リンクを通過する選択枝数を算出することが可能であることを述べた. また, 「Dial 組み込みモデル」の結果は, $\theta \rightarrow \infty$ である, 重複率最大化モデルの結果と同様であることも確認された. しかし, Dial アルゴリズムの欠点の一つとして, 経路重複問題が克服されず, 重複が多い経路とそうでない経路間で同様の確率を与えることがあげられる. 2. で紹介した Path Size Logit モデルは, Dial アルゴリズムでその等価

性が証明されている Logit モデルに補正項を加えた簡便な方法で経路重複問題を緩和している。もし、同様の補正項を Dial のアルゴリズムを工夫することにより導入可能であれば、「Dial 組み込みモデル」の欠点を補うことが可能であり、推定結果の改善も期待される。そこで、ここでは、Dial のアルゴリズムの若干の改良で、Path Size 項が補正項として利用可能となる方法論を提案する。

予備的に、Dial のアルゴリズムと Logit モデルとの等価性の簡便な証明を標準的テキスト¹¹⁾から以下の通り転記する。

OD ペア rs の k 番目経路が

$$r \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow s$$

であるとき、この経路が選択される確率 P_k は、Dial アルゴリズムの Step 2 の操作から以下の式となる。

$$P_k = \frac{W[Z \rightarrow s]}{\sum_m W[m \rightarrow s]} \cdot \frac{W[Y \rightarrow Z]}{\sum_m W[m \rightarrow Z]} \cdots \frac{W[A \rightarrow B]}{\sum_m W[m \rightarrow B]} \cdot \frac{W[r \rightarrow A]}{\sum_m W[m \rightarrow A]} \quad (12)$$

ここで、リンク・ウェイトの定義 (Step 1) より、

$$W[i \rightarrow j] = L[i \rightarrow j] \sum_m W[m \rightarrow i] \quad (13)$$

であるので、(12)式の右辺は各項の分子とその1つ右の項の分母のリンク・ウェイトが相殺され、

$$P_k = \frac{L[Z \rightarrow s] L[Y \rightarrow Z] \cdots L[A \rightarrow B] L[r \rightarrow A]}{\sum_m W[m \rightarrow s]} \quad (14)$$

となり、さらにこの式の分子は、リンク尤度の定義 (Step 0) を代入することにより、

$$\begin{aligned} & L[Z \rightarrow s] L[Y \rightarrow Z] \cdots L[A \rightarrow B] L[r \rightarrow A] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - c(Z) - t_{zs}\}] \exp[\theta\{c(Z) - c(Y) - t_{yz}\}] \\ & \quad \cdots \exp[\theta\{c(B) - c(A) - t_{ab}\}] \exp[\theta\{c(A) - c(r) - t_{ra}\}] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - (t_{ra} + t_{ab} + \cdots + t_{yz} + t_{zs})\}] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - c_k\}] \end{aligned} \quad (15)$$

となるので、

$$P_k = \frac{\exp[\theta\{c(s) - c_k\}]}{\sum_m W[m \rightarrow s]} \quad (16)$$

が得られる。ここで、 c_k は k 番目経路の費用である。経路間の選択確率の和が1になる、すなわち、

$$\sum_k P_k = 1 \quad (17)$$

を考え、(16)式を(17)式に代入することにより、

$$\frac{\exp[\theta c(s)]}{\sum_m W[m \rightarrow s]} = \frac{1}{\sum_{k'} \exp[-\theta c_{k'}]} \quad (18)$$

を得る。(18)式の左辺を(16)式に代入すれば、

$$P_k = \frac{\exp[-\theta c_k]}{\sum_{k'} \exp[-\theta c_{k'}]} \quad (19)$$

なる Logit 型の経路選択モデルが導かれる。

ここで、Path Size Logit モデルについて再考してみよう。このモデルの効用補正項は、次式であり、この値で効用を $V_i^* = V_i + \beta_{PS} \times \ln(PS_i)$ と補正する方法であった。

$$PS_i = \sum_{a \in I_i} \left(\frac{l_a}{L_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C} \delta_{aj}} \quad (2)$$

この補正の考え方は以下の通りである。

①リンクを通過する選択枝の数を、「選択枝集計 (Aggregation of Alternatives) 数」とみなす。それ故、見かけ上のリンク a の効用は、「平均的経路選択効用 \times リンク通過選択枝数」となる。

②顕在化する (見かけ上の) 効用は、 $V_a^* = V_a + (1/\mu) \times \ln[M_a]$ となり、 $(1/\mu) \times \ln[M_a]$ だけ過大になってしまう。ここで M_a はリンク a の経路選択枝数、 μ は効用の分散パラメータである。

③過大推計される効用を補正するためには、原因となる選択枝集計項を減じた補正を行えばよい。故に、Path Size Logit モデルの考えを援用すれば、補正された効用項は $V_a^* = V_a - (1/\mu) \times \ln[M_a]$ であり、補正項として、 $+(1/\mu) \times \ln[1/M_a]$ を用いればよい。

④リンクの連なる経路を考えれば、「平均的な経路に含まれる重複選択枝数」を算定し、同様に経路効用を定義すれば、(2)式で与えられるリンク長の重みのついた ad hoc な平均重複選択枝数の逆数が補正項とみなせる。

要は、経路の平均的な重複経路数を PS 項 ((2)式) で定義し、それを各経路の補正項とする考え方に基づく。

さて、もともとリンク別で重複する経路選択枝数を用いた補正を行うのが Path Size Logit モデルの考え方であり、Dial アルゴリズムの工夫でリンク別選択枝数が判明している現段階では、同様の考えを適用するのに困難はない。そこで、以下の推定アルゴリズムを考える。

Path Size を考慮した Dial のアルゴリズム (Path Size Dial Logit モデルアルゴリズム)

Step A: (リンク別の選択枝数の算定)

まず、 $\theta \rightarrow 0$ において、前述の Dial アルゴリズムの Step 0~2 を実行する。すなわち、有効リンク(ノード ij 間リンク)選択確率 q_{ij} を算出する。このとき、着ノードへのリンク・ウェイト関数値が経路選択枝の総数となっているので、それを M とする。確率 q_{ij} は、「総選択枝数の逆数 \times リンク経過経路数」になっている。これより、リンク ij を通過する経路数は $M \cdot q_{ij}$ となる。同時に、OD 間の最短認識距離 L^{\min} を記憶しておく。

Step B: (Path Size 補正項の導入)

再び Dial アルゴリズムでリンクの選択確率を推計するが、その際、リンク尤度に以下の Path Size に関する補正項を加える。

$$PS_{ij} = \frac{L_{ij}}{L^{\min}} \ln \left[\frac{1}{M \cdot q_{ij}} \right] \quad (20)$$

$$L[i \rightarrow j] = \begin{cases} \exp[\theta\{c(j) - c(i) - t_{ij}\} + \beta_{PS} PS_{ij}], & c(i) < c(j) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

あとは、同様に Dial アルゴリズムに従ってリンク交通量を計算すればよい。

このアルゴリズムは、リンク単位で重複経路数に応じた補正を行うことになるが、通常の Dial アルゴリズムと同様、この補正項を含んだ等価な Logit モデルを導くことができる。先に示した式を用いれば、

$$\begin{aligned} & L[Z \rightarrow s]L[Y \rightarrow Z] \cdots L[A \rightarrow B]L[r \rightarrow A] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - c(Z) - t_{Zs}\} + \beta_{PS} PS_{Zs}] \times \\ & \quad \exp[\theta\{c(Z) - c(Y) - t_{YZ}\} + \beta_{PS} PS_{YZ}] \times \\ & \quad \cdots \exp[\theta\{c(B) - c(A) - t_{AB}\} + \beta_{PS} PS_{AB}] \times \\ & \quad \exp[\theta\{c(A) - c(r) - t_{rA}\} + \beta_{PS} PS_{rA}] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - (t_{rA} + t_{AB} + \cdots + t_{YZ} + t_{Zs})\} + \\ & \quad \beta_{PS}(PS_{rA} + \cdots + PS_{Zs})] \\ &= \exp[\theta\{c(s) - c_k\} + \beta_{PS} PS_k] \end{aligned} \quad (22)$$

であり、これより(12)~(19)式同様の展開から、

$$P_k = \frac{\exp[-\theta c_k + \beta_{PS} PS_k]}{\sum_{k'} \exp[-\theta c_{k'} + \beta_{PS} PS_{k'}]} \quad (23)$$

を得る。なお、(22)(23)式中の、 PS_k は、(2)式の表記とあわせるならば、

$$PS_k = \sum_{a \in I_k} \frac{L_a}{L^{\min}} \times \ln \left[\frac{1}{M \cdot q_a} \right] \quad (24)$$

である。これは Path Size Logit モデルの補正項 ((2)式) と類似した式形であるが、若干の相違がある。

まず第 1 に、 k 番目経路長が用いられておらず、その代わりに最短認識距離が用いられている。第 2 に、PS モデルが選択枝数の逆数にリンク重みを乗じた結果を対数化しているのに対して、(24)式では先に対数化し、それにリンク重みを乗じている。後者の不一致は、Dial アルゴリズムの手順に原因があり、その改善方法は見いだせなかった。しかし、前者については、もともと有効経路を限定している Dial アルゴリズムにおいて、長短に大きな違いのある経路は選ばれにくいことから、最短認識距離を代表値とすることに大きな問題はないとここでは判断する。後者についても、その算出値の傾向は、対数化の順序に関わらず同様であることが想定されるし、もともとの Path Size 補正項の対数化の手順に厳密な背景理論がある訳ではなく、両者の式の不一致について議論することに特段の意味は見いだせないと思われる。

ちなみに、本 Path Size Dial Logit アルゴリズムでは、「Dial 組み込みモデル」に比して、 $\theta \rightarrow 0$ に対応した Dial アルゴリズム計算が追加されることになるので、計算時間は概ね、「Dial アルゴリズムにかかる時間 $\times 2$ 」となる。

3.2 仮想ネットワークにおけるモデル特性比較

まず、Path Size Dial Logit モデル（以下、「PSDL モデル」）の特性を把握するため、Prashker *et al.*(2000)で計算例として取り上げられている簡便なネットワークへの適用を試みる。このネットワークは図-2の通り、典型的な方形の12リンクで、OからDへの交通量は1000、リンクBPR関数として以下の式を仮定している。

$$c_a = c_{0a} \times \left[1 + 0.6 \left(\frac{x_a}{s_a} \right)^4 \right] \quad (25)$$

ここで、 $s_a = 1000$ for $\forall a$,

$c_{0a} = 2$ ($a=1,2,3,4,5,7,9,10,11,12$)

$c_{0a} = 1$ ($a=6,8$)

なお、原論文と同様、補正項を算出するにあたり、リンク長の代わりに上記の c_a を用いることとする。単純なネットワークのため、交通量推計とBPR関数による所要時間推計を繰り返すことにより収束計算が可能であった。なお、オリジナルの論文では、MNL、Cross Nested Logit (CNL)、Paired Combinatorial Logit (PCL)モデルについて感度比較を行っているが、ここでは2.で紹介した簡便な方法である、C-LogitとPath Size Logit (PS)モデルを取り上げ、PSDLも含めて、補正項のパラメータを変化させたときの感度分析を行う。

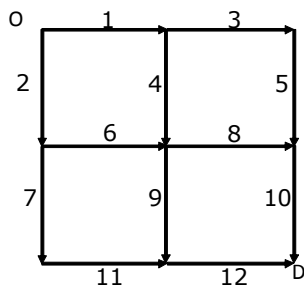


図-2 計算事例のネットワーク図

図-3は、リンク番号1、図-4はリンク番号5の補正パラメータに対する流動量の感度である。図より、PSモデルとPSDLモデルは同様の傾向を示すことが分かる。補正パラメータが大きくなる

と、所要時間より補正項が卓越し、結果として各経路間のリンク通過経路数が対称的であることから、例えばリンク1であれば、利用率が0.5に近づく。対してC-Logitモデルは、(1)式から理解される通り、形式上対称的で同値であると思わせる1→3→5→10と2→7→11→12でも、費用の異なる6,8のリンクを含む経路との重複度合いが異なるため、Commonality Factorは両経路で異なる。これが、C-Logitモデルが他の2モデルと違う挙動を示す原因である。ここでは感度特性を比較するに止まり、モデルの善し悪しを判断するには至らないが、同じ構造を有するPSモデルとPSDLモデルでは、後者の方が補正パラメータに対する感度が鈍いことが推察された。

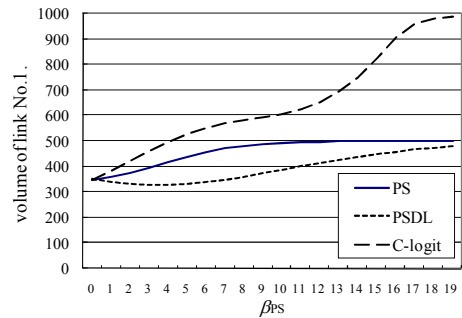


図-3 リンク1のスケールパラメータ感度

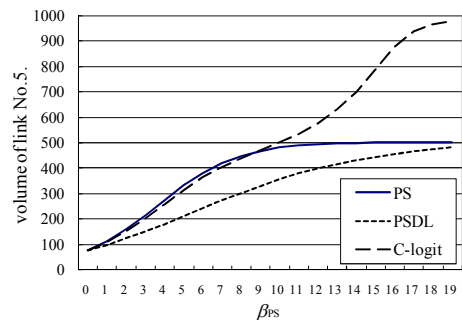


図-4 リンク5のスケールパラメータ感度

4. 実データへの適用結果

4.1 大型貨物車走行経路データへの適用

PSDL モデルを、表-1 でも紹介した、大型貨物車走行データに適用した結果を以下に示す。まず、スケールパラメータ (θ) であるが、経験的に、確率均衡モデルでは、 $\theta=10\sim 100[1/\text{hour}]$ 程度であることが知られている。本分析では所要時間ではなく、一般化費用を用いている。用いたデータの平均走行距離は約 30Km で平均所要時間が約 60 分、時間価値パラメータは 75 [円/分] なので、高速道路料金も含めれば、平均的な一般化費用は 6,000 円程度であろう。都市圏交通ネットワーク分析で扱われる事例の平均所要時間を 1 時間程度とすれば、一般化費用を用いる本分析では、 $\theta=0.002\sim 0.02[1/\text{yen}]$ のオーダーと想像される。そこで、 θ は、0.001 から約 1 まで変化させ、表-1 と同じ「時間価値」と「重さ指定道路」の 2 変数モデルを、PS 項にかかる β_{PS} を変化させながら推定した。

図-5 が推定結果の一例である。 θ は 0.001 から 1.024 まで 6 段階に、Path Size パラメータは 0 から 12 まで 7 段階に変化させ、重複率 D 値 (式(6)) を推計した。

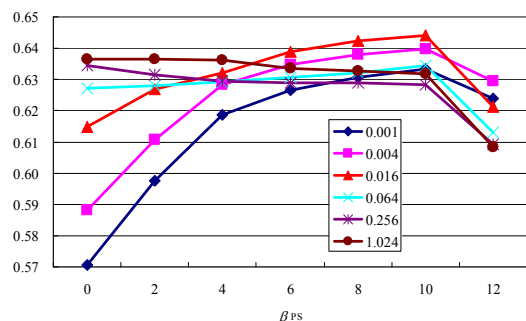


図-5 θ 値別の β_{PS} と D 値との関係

結果より、PS 項を導入することにより、「重複率最大化モデル」(この場合は $\theta=1.024$ に相当) 以上の D 値が得られるケースが確認できる。例えば、 $\theta=0.016$ 、 $\beta_{PS}=10$ で重複率は 0.64414 で、表-1 で示された 0.63735 を上回った。 θ の大きさ別に見ると、 θ が大きい場合は、PS 項は効果を発揮しないが、 θ が小さいケース、すなわち代替経路が大きくばらつく場合は、十分説明力向上に寄与する。また、 β_{PS}

が 10 程度で重複率は最大となり、適切な PS 項パラメータが存在することが確認できた。

さらに、最大の D 値を与えるパラメータを詳細に同定するため、パラメータ変化範囲を狭めた結果を図-6 に示す。PS 項パラメータが 10 を超えると D 値が急激に減少する (10.3 以上で急激に変化していた) こと、および、 θ は 0.015~0.020 と推定されることが見てとれよう。

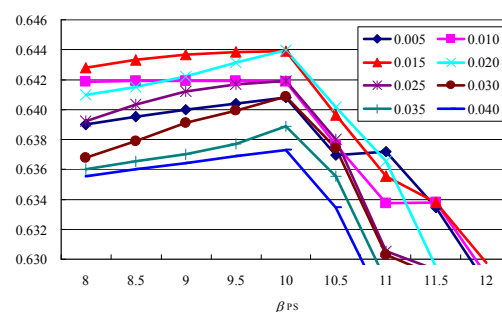


図-6 θ 値別の β_{PS} と D 値との関係 (詳細)

以上の検討では、(24)式において、「最短認識経路を各経路長の代表値」としていた。しかし、あるリンクを通過する経路選択枝数が少なくなるほど、一般的には (遠回りするため) その経路長は長くなる傾向にあり、結果として(24)式の分子経路長も大きくなる傾向となる。(24)式が経路長に比例した値となると、それにかかるパラメータに対しては負の効果をもたらす。その結果として、 β_{PS} が過小推定される可能性も否定できない。これを解決するためには、(24)式を改良し、Logit モデル式において (23)式、経路別 PS 値が経路長と無関係となる方法を考案する必要がある。

4.2 東京都市圏ネットワークへの適用

PSDL モデルをより一般的な分析対象に適用し、かつ現実的な補正パラメータ推定方法を検討する。分析対象は、東京都市圏の貨物流動で、道路交通センサスや物流センサスなどから構築した普通貨物車の 9 品目別の 395 ゾーン間 OD 表である。この流動を、463,560 リンク、369,798 ノードの道路ネ

ネットワーク上に経路配分することを考える。4.1では、実経路利用データがあり、同結果との重複率でモデルの適合度を判断していたが、ここでは代表的な観測断面交通量との適合性を判断指標とする。具体的には、次式の $Z(\phi)$ で表わされる普通貨物車の観測断面交通量と推計された断面交通量の偏差平方和を最小にするパラメータを特定化した。

$$\min Z(\phi) = \sum_a \left(\sum_h x_a^h(\phi) - X_a \right)^2 \quad (26)$$

ここで、 $x_a^h(\phi)$ はパラメータベクトル ϕ を有する評価地点 a (東京都市圏155箇所)の推計リンク交通量、 X_a は道路交通センサスより得られる評価地点 a の観測断面交通量である。断面交通量の観測データは実経路データよりは、一般的には得やすい指標であるため、より実用性の高い推定方法といえよう。経路選択の効用項には、予め算出したリンク別所要時間・費用と、物流センサスデータを用いた経路選択ロジットモデルから別途算出した表-2に示す品目別時間価値 ω_i 、並びにその未知補正項 α から推計される(27)式からなる品目別一般化費用(円単位)を用いている。

$$GC_{ai}^*(\alpha, \omega_i) = Cost_a + \alpha \cdot \omega_i \cdot Time_a \quad (27)$$

表-2 品目別時間評価値

品目	品目別時間評価値 (円/(台・分))
農水産品	40.85
林産品	5.02
鉱産品	13.64
金属機械工業品	12.42
化学工業品	5.35
軽工業品	33.77
雑工業品	5.04
取り合わせ品	5.94
特殊品	1.30
空車	8.58

なお、対象データが異なるので、この場合の時間価値は表-1の結果と整合しない。すなわち、この

モデルでは、未知パラメータ ϕ は、 α とPSDLの補正項 β_{PS} 、そしてスケールパラメータ θ の3つである。パラメータ推定には、導関数を用いない代表的な非線形最適化手法である、滑降シンプレックス法を用いた。本手法の適用に当たっては、Pressら(1988)によるアルゴリズムを参考にしている。

パラメータ推定結果は表-3の通りである。スケールパラメータおよび補正項パラメータともに、4.1の結果(例えば図-5)と大きな違いのないオーダーに収まっているとみなせよう。

表-3 東京都市圏貨物流動への適用結果

パラメータ	推定結果
θ	0.004
β_{PS}	7.402
α	3.444

パラメータは、(26)式に示したように東京都市圏の155箇所の断面交通量の推計値と観測値との残差二乗和を最小化することにより求めたが、それら断面における相関係数は、全体で0.70、高速道路では0.69、一般道(国道と主要地方道)で0.36であった(図-7)。なお、推計値が0となる断面が少なからず認められるが、これは本分析では混雑を考慮した均衡配分計算に至っていないためであろう。

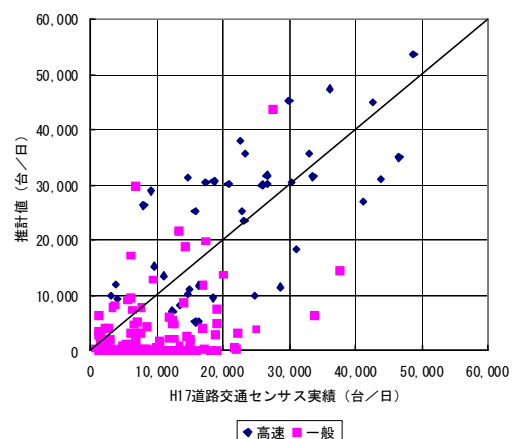


図-7 155断面における再現性

5. おわりに

本論文では、Dial 組み込み重複率最大化モデルに Path Size 項を加え、重複補正を行う方法論を提示した。実証検討により、PS 項が説明力向上に寄与し得ることが確認できた。計算の煩雑さを考えれば、経路選択への適用モデルとしては、パラメータの統計的有意性は判断できないものの、通常の実用率最大化モデルで実用上は十分対応可能と思われる。しかし、従来克服されていなかった Dial アルゴリズムの重複経路問題の解決の糸口を見いだしたことは、本研究で検討対象とした経路選択モデルに止まらない成果と見なせる。

すなわち、3.2 で擬似的な配分計算を行ったように、本モデルは経路選択モデルのみならず、一般的に広く用いられている Dial アルゴリズムを内包した確率均衡配分にも導入可能である。今までの Dial 配分を改善し、重複経路問題を緩和した配分手法として、モデル精度の向上に寄与し得る可能性がある。これら配分手法への適用は、後日機会を改めて報告したい。

なお、本論文の PSDL モデルを用いた 4.2 の定量分析は、著者らも参加した、(財)計量計画研究所が国土交通省の委託により設置した研究会（「道路上の貨物流動状況の把握に関する研究会」）の検討成果である。有益な議論を頂いた各位に謝意を表

する次第である。

<参考文献>

- 1) Bekhor, S. and Toledo, T. (2005): "Investigating Path-based Solution Algorithms to the Stochastic User Equilibrium Problem", Transportation Research Record B, Vol.39, pp.279-295
- 2) Hyodo, T., Suzuki, N. and Takahashi, K. (2000): "Modeling of Bicycle Route and Destination Choice Behavior for Bicycle Road Network Plan", TRR 1705, pp.70-76
- 3) Prashker, J.N. and Bekhor, S. (2000): "Congestion, Stochastic, and Similarity Effects in Stochastic User-Equilibrium Models", TRR 1733, pp.80-87
- 4) Prashker, J.N. and Bekhor, S. (2004): "Route Choice Models Used in the Stochastic User Equilibrium Problem: A Review", Transport Review, Vol.24, No.4, pp.437-463
- 5) Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T. (1988): "Numerical Recipes in C", Cambridge University Press; 1 edition. 丹慶勝市他翻訳: "ニューメリカルレシピ・イン・シー日本語版", 技術評論社, 1993.
- 6) 笹井秀哉・兵藤哲朗・鈴木紀一・高橋勝美 (2004): "自転車経路選択モデルの比較検討分析", 土木計画学研究・論文集, Vol.21, No.2, pp.597-606
- 7) 鈴木紀一・高橋勝美・兵藤哲朗 (1998): "自転車走行環境に着目した鉄道端末自転車需要予測方法の提案", 交通工学, Vol.33, No.5, pp.13-21
- 8) 羽藤英二 (2002): "ネットワーク上の交通行動", 土木計画学研究・論文集, Vol. 19, No. 1, pp. 13-27
- 9) 兵藤哲朗・室町泰徳 (2001): "個人選択行動モデルの最近の開発動向に関するレビュー", 土木計画学研究・論文集, Vol.18, No.3, pp.517-522
- 10) 兵藤哲朗・シジネイ・高橋洋二(2007):" 東京都市圏物資流動調査を用いた大型貨物車走行経路のモデル分析", 土木計画学研究・論文集, No.24, pp.405-412
- 11) 土木学会 土木計画学研究委員会 「交通ネットワーク」出版小委員会編(1998): 交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法